Tutorato Matematica Discreta
Simulazione I Parziale (prova A.A. 2022-23)

Alberto Paparella[1]

16 Aprile 2025

[1]Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli studi di Ferrara

Ogni esercizio deve essere svolto **motivando adeguatamente tutti i passaggi**, con **richiami alla teoria**; in caso di mancata motivazione, **l'esercizio non verrà valutato positivamente**.

Esercizio 1 (I parziale - a.a. 2022-23)

Risolvere i seguenti esercizi:

- Dati i punti $A = (5, 4, -2)$ e $B = (6, 5, 0)$, determinare le coordinate del vettore libero w equipollente al vettore applicato ad A e di estremo B e scriverlo in termini dei versori degli assi cartesiani $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$.
- Determinare il vettore proiezione w' del vettore w sul piano contenente i vettori $u = -\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ e $v = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.
- Per quali valori di h i vettori $a = (1, 1, 2)$, $b = (1, -3, h)$, $c = (1, 7, 0)$ sono complanari?

Esercizio 2 (I parziale - a.a. 2022-23)

Dire quali dei seguenti sottoinsiemi di $\mathbb{R}^3$ sono sottospazi e, per i sottoinsiemi che sono sottospazi, determinare una base e la dimensione.

- $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y - 3z = 0, 2x - 4y + 5z + 1 = 0\}$
- $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (2x - y + 4z)^2 + (x - z)^2 = 0\}$

Esercizio 3 (I parziale - a.a. 2022-23)

Dati i due sottospazi di $\mathbb{R}^3$ $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - 3y = 0\}$ e $W = [(1, 1, 0)]$, determinare il sottospazio somma $U + W$. Mostrare che $\mathbb{R}^3 = U \oplus W$, usando la relazione di Grassman.

Esercizio 4 (I parziale - a.a. 2022-23)

Date le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ k & 2 & 0 \\ 2 & 4 & k-1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$, determinare:

- se eseguibile, il prodotto $C = AB$, $D = B^T A$, $C + D^T$
- il rango di A al variare del parametro k e il rango di B
- l'inversa di A per $k = 0$, verificando che il risultato sia corretto

Esercizio 5 (I parziale - a.a. 2022-23)

Discutere, al variare del parametro reale k, la risolubilità del seguente sistema e calcolarne le soluzioni, quando esistono:

$$\begin{cases} kx + y = -1 \\ 2x - 3y = 0 \\ (k+2)x - 2y = -1 \end{cases}$$