

Tutorato Matematica Discreta

Capitolo 10

Alberto Paparella¹

29 Maggio 2025

¹Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli studi di Ferrara

Esercizio 1

Sia data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Determinare se possibile una matrice ortogonale U che diagonalizza A .

Esercizio 2

Sia dato l'operatore lineare

$$f(x, y, z) = (x + y + 2z, x + 2y + z, 2x + y + z)$$

- Verificare se si tratta di un operatore simmetrico
- Trovare una base β di \mathbb{R}^3 che sia ortonormale e formata da autovettori di f
- Scrivere la matrice che rappresenta f rispetto alla base trovata al punto b

Esercizio 3

Sia data la forma quadratica $q(x, y, z) = x^2 + 3y^2 - 4xz + 4z^2$.

- Scrivere la matrice A che rappresenta q
- Stabilire il segno di q
- Determinare una base che diagonalizza la forma quadratica

Esercizio 4

Sia r la retta nel piano $z = 0$ di equazione $3x + 6y - 1 = 0$.

- Scrivere le equazioni parametriche e cartesiane della retta s ortogonale a r passante per $P = (1, 0)$
- $Q = (-\frac{1}{2}, -3)$ appartiene a s ?
- Sia t la retta nel piano $z = 0$ passante per $R = (0, 1)$, $S = (3, 5)$.
Le rette t e s sono parallele?
- In caso esistano, determinare i punti di intersezione

Esercizio 5

Sia data $A = \begin{pmatrix} 10 & 0 & -6 \\ 0 & 4 & 0 \\ -6 & 0 & 10 \end{pmatrix}$.

- Determinare la forma quadratica associata alla matrice
- Fornire il segno della forma quadratica
- Determinare una base ortonormale rispetto alla quale la forma quadratica è diagonalizzabile