

# **Tutorato Matematica Discreta**

## **Capitolo 10**

---

Alberto Paparella<sup>1</sup>

29 Maggio 2025

<sup>1</sup>Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli studi di Ferrara

## Esercizio 1

Sia data la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ . Determinare se possibile una matrice ortogonale  $U$  che diagonalizza  $A$ .

## Esercizio 2

---

Sia dato l'operatore lineare

$$f(x, y, z) = (x + y + 2z, x + 2y + z, 2x + y + z)$$

- Verificare se si tratta di un operatore simmetrico
- Trovare una base  $\beta$  di  $\mathbb{R}^3$  che sia ortonormale e formata da autovettori di  $f$
- Scrivere la matrice che rappresenta  $f$  rispetto alla base trovata al punto  $b$

## Esercizio 3

---

Sia data la forma quadratica  $q(x, y, z) = x^2 + 3y^2 - 4xz + 4z^2$ .

- Scrivere la matrice  $A$  che rappresenta  $q$
- Stabilire il segno di  $q$
- Determinare una base che diagonalizza la forma quadratica

## Esercizio 4

---

Sia  $r$  la retta nel piano  $z = 0$  di equazione  $3x + 6y - 1 = 0$ .

- Scrivere le equazioni parametriche e cartesiane della retta  $s$  ortogonale a  $r$  passante per  $P = (1, 0)$
- $Q = (-\frac{1}{2}, -3)$  appartiene a  $s$ ?
- Sia  $t$  la retta nel piano  $z = 0$  passante per  $R = (0, 1)$ ,  $S = (3, 5)$ .  
Le rette  $t$  e  $s$  sono parallele?
- In caso esistano, determinare i punti di intersezione

## Esercizio 5

Sia data  $A = \begin{pmatrix} 10 & 0 & -6 \\ 0 & 4 & 0 \\ -6 & 0 & 10 \end{pmatrix}$ .

- Determinare la forma quadratica associata alla matrice
- Fornire il segno della forma quadratica
- Determinare una base ortonormale rispetto alla quale la forma quadratica è diagonalizzabile