

# **Tutorato Matematica Discreta**

## **Capitolo 9**

---

Alberto Paparella<sup>1</sup>

27 Maggio 2025

<sup>1</sup>Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli studi di Ferrara

## Esercizio 1

---

Sia  $\beta = \{(1, 1, 0), (0, 1, 1), (0, 0, 1)\}$  una base di  $\mathbb{R}^3$ .

- Costruire a partire da  $\beta$  una base  $\beta'$  ortogonale
- Costruire a partire da  $\beta'$  una base  $\beta''$  ortonormale
- Dato il vettore  $\vec{v} = (2, 1, 4)$  scrivere le componenti di  $\vec{v}$  rispetto a  $\beta'$  e  $\beta''$

## Esercizio 2

---

Sia  $W = [(1, 1, 0, 1), (1, -2, 0, 0), (1, 0, -1, 2)]$  sottospazio di  $\mathbb{R}^4$ .  
Trovare una base per il complemento ortogonale  $W^\perp$ .

## Esercizio 3

---

Sia  $U = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$ .

- Determinare una base ortonormale di  $U$
- Completare  $\beta$  ad una base ortonormale  $\beta'$  di  $\mathbb{R}^3$

## Esercizio 4

---

Sia  $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = z + 2y\} \subseteq \mathbb{R}^3$ .

- Scrivere una base ortonormale per  $W$
- Completare  $\beta$  a una base ortonormale  $\beta'$  di  $\mathbb{R}^3$

## Esercizio 5

Siano  $\vec{v}_1 = (3, 4, 0)$ ,  $\vec{v}_2 = (-1, 2, 0)$ ,  $\vec{v}_3 = (1, -2, -1)$  vettori di  $\mathbb{R}^3$ .

- Mostrare che  $\beta = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$  è una base di  $\mathbb{R}^3$  e a partire da essa trovare una base ortogonale e una base ortonormale
- Dato  $W = [\vec{v}_1, \vec{v}_2]$ , calcolare una base per  $W^\perp$