

Tutorato Matematica Discreta

Capitolo 9

Alberto Paparella¹

27 Maggio 2025

¹Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli studi di Ferrara

Esercizio 1

Sia $\beta = \{(1, 1, 0), (0, 1, 1), (0, 0, 1)\}$ una base di \mathbb{R}^3 .

- Costruire a partire da β una base β' ortogonale
- Costruire a partire da β' una base β'' ortonormale
- Dato il vettore $\vec{v} = (2, 1, 4)$ scrivere le componenti di \vec{v} rispetto a β' e β''

Esercizio 2

Sia $W = [(1, 1, 0, 1), (1, -2, 0, 0), (1, 0, -1, 2)]$ sottospazio di \mathbb{R}^4 .
Trovare una base per il complemento ortogonale W^\perp .

Sia $U = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$.

- Determinare una base ortonormale di U
- Completare β ad una base ortonormale β' di \mathbb{R}^3

Esercizio 4

Sia $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = z + 2y\} \subseteq \mathbb{R}^3$.

- Scrivere una base ortonormale per W
- Completare β a una base ortonormale β' di \mathbb{R}^3

Esercizio 5

Siano $\vec{v}_1 = (3, 4, 0)$, $\vec{v}_2 = (-1, 2, 0)$, $\vec{v}_3 = (1, -2, -1)$ vettori di \mathbb{R}^3 .

- Mostrare che $\beta = \{v_1, v_2, v_3\}$ è una base di \mathbb{R}^3 e a partire da essa trovare una base ortogonale e una base ortonormale
- Dato $W = [v_1, v_2]$, calcolare una base per W^\perp