

Tutorato Matematica Discreta

Capitolo 7

Alberto Paparella¹

20 Maggio 2025

¹Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli studi di Ferrara

Esercizio 1

Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da
 $f(x, y) = (x + y, x + 2y, x + 3y)$.

Determinare la matrice A associata ad f rispetto alle basi
 $\mathcal{B} = \{(2, 1), (1, -2)\}$ e $\mathcal{B}' = \{(1, 0, 0), (1, 2, 0), (1, 2, 3)\}$.

Esercizio 2

Determinare l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ associata alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ rispetto alla base canonica di } \mathbb{R}^2 \text{ e alla base}$$

$$\mathcal{B}' = \{(1, 0, 0), (1, -1, 0), (-1, -1, 1)\} \text{ di } \mathbb{R}^3.$$

Esercizio 3

Determinare l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ associata alla matrice

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\mathcal{B} = \{(1, 0, 1), (0, -1, 2), (1, -1, 0)\}$ di \mathbb{R}^3 e alla base $\mathcal{B}' = \{(2, 5), (0, 3)\}$ di \mathbb{R}^2 .

Esercizio 4

Siano $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^4$, $g : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$ le applicazioni lineari definite da

$$f(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, x_1 - x_2, 2x_1, x_2),$$
$$g(y_1, y_2, y_3, y_4) = (y_1 - y_2 - y_3 + y_4, 2y_4).$$

- Scrivere $\mathcal{M}_c^c(g \circ f)$ associata a $g \circ f$ rispetto alla base canonica di \mathbb{R}^2
- Scrivere $\mathcal{M}_B^B(g \circ f)$ associata a $g \circ f$ rispetto alla base $B = \{(2, 3), (1, 2)\}$ utilizzando la matrice del cambiamento di base da B a c