

Tutorato Matematica Discreta

Capitolo 5

Alberto Paparella¹

7 Aprile 2025

¹Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli studi di Ferrara

Esercizio 1

Risolvere se possibile il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ 2x + 2y - z = -1 \\ x + y - z = 0 \\ -x + 3y - 3z = 0 \end{cases}$$

Esercizio 2

Discutere e risolvere al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$ il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - 3y + 4z = 0 \\ 3x - 2y + 5z = \lambda \end{cases}$$

Esercizio 3

Discutere e risolvere al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$ il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} 2\lambda x + y + z + t = 1 \\ x - y + t = \lambda - 1 \\ 4\lambda x + 5y + 3z + t = 3 \end{cases}$$

Esercizio 4

Sia data la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & k^2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $k \in \mathbb{R}$:

- determinare $\text{Ker}(A)$ e $\dim(\text{Ker}(A))$ al variare di $k \in \mathbb{R}$
- discutere e risolvere, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il sistema $Ax = b$ dove $b^T = (k + 1, 4, 1)$

Esercizio 5

Discutere al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} \alpha x - \alpha y + z = 2 \\ 2x - \alpha y - z = \alpha \\ 2x - 2y + 3z = 2 \\ \alpha x - 2y + z = 2 \end{cases}$$

Esercizio 6

Risolvere se possibile il seguente sistema riducendo la matrice a gradini:

$$\begin{cases} -2y + 3z = 3 \\ 3x - z = 8 \\ x + y + z = 4 \\ 2x + 5y - 5z = 1 \end{cases}$$

Esercizio 7

Discutere e risolvere al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$ il seguente sistema lineare, riducendo la matrice a gradini:

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 2x - y + 3z = -1 \\ x + 2z = \lambda \end{cases}$$