Tutorato Matematica Discreta
Capitolo 4

Alberto Paparella[1]

27 Marzo - 3 Aprile 2025

[1]Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli studi di Ferrara

Esercizio 1 (matrice B dall'esercizio 30 dell'eserciziario)

Calcolare il determinante di $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

Esercizio 2

Calcolare il determinante di $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Esercizio 3

Senza usare la definizione di lineare dipendenza, stabilire se i seguenti sottoinsiemi di $\mathbb{R}^3$ sono linearmente dipendenti o indipendenti:

- $S_1 = \{(1,2,3),(-1,1,0),(0,1,-1)\}$
- $S_2 = \{(1,2,1),(1,0,1),(2,2,2)\}$

Esercizio 4

Sia data la matrice reale $A = \begin{pmatrix} k & k-1 & k \\ 0 & 2k-2 & 0 \\ 1 & k-1 & 2-k \end{pmatrix}$, $k \in \mathbb{R}$:

- determinare per quali k la matrice è invertibile
- calcolare l'inversa di A per $k = -1$

Esercizio 5

Calcolare il rango di $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \\ 6 & 3 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Esercizio 6 (esercizio 46 dell'eserciziario)

Calcolare al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$ il rango della matrice A nei seguenti casi:

- $A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & \lambda & 2 \end{pmatrix}$
- $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & -1 & \lambda \end{pmatrix}$

Esercizio 7

Siamo dati i vettori $\vec{v_1} = (0, 1, -2, \beta)$, $\vec{v_2} = (\beta + 1, -1, 0, 1)$, $\vec{v_3} = (\beta + 3, 2, \beta, -3)$, $\vec{v_4} = (\beta^2 - 4, 0, 0, 0)$ di $\mathbb{R}^4, \beta \in \mathbb{R}$, e sia $W = [\vec{v_1}, \vec{v_2}, \vec{v_3}, \vec{v_4}]$ il sottospazio di $\mathbb{R}^4$ generato da $\vec{v_1}, \vec{v_2}, \vec{v_3}, \vec{v_4}$:

- determinare la dimensione di W al variare di β
- esistono valori di β per i quali $W = \mathbb{R}^4$? Se sì, quali?