

Tutorato Matematica Discreta

Capitolo 2

Alberto Paparella¹

6 - 13 Marzo 2025

¹Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli studi di Ferrara

Esercizio 1

Dati i vettori $\vec{v} = (3, 4, -2)$ e $\vec{w} = (2, 1, -1)$ di \mathbb{R}^3 determinare:

- l'angolo φ tra i due vettori
- la proiezione ortogonale \vec{v}' di \vec{v} su \vec{w}
- la componente ortogonale α di \vec{v} sulla retta parallela e concorde al versore $\frac{\vec{w}}{|\vec{w}|}$

Esercizio 2

Dati i vettori $\vec{v}_1 = (1, -1, 0)$ e $\vec{v}_2 = (-1, -2, 4)$ di \mathbb{R}^3 determinare:

- il versore \vec{u}_2 di \vec{v}_2
- la componente ortogonale α di \vec{v}_1 rispetto a una retta parallela e concorde con il versore di \vec{v}_2
- la proiezione ortogonale \vec{v}' di \vec{v}_1 sulla retta del punto precedente

Esercizio 3 (esercizio 18 dell'eserciziario)

Stabilire se i vettori $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{w} = \frac{5}{3}\vec{i} - \frac{5}{2}\vec{j} + \frac{5}{6}\vec{k}$ sono paralleli, ortogonali o nessuna delle due.

Esercizio 4

Siano $\vec{v}_1 = (1, 0, 1)$, $\vec{v}_2 = (0, 1, 0)$, $\vec{v}_3 = (1, 1, 2)$ vettori di \mathbb{R}^3 :

- stabilire se $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ sono o meno complanari
- determinare la proiezione ortogonale \vec{v}_1' di \vec{v}_1 sul piano contenente \vec{v}_2 e \vec{v}_3

Esercizio 5

Sia dato il vettore $\vec{u}_h = (h, h, -1)$, $h \in \mathbb{R}$ e i due vettori $\vec{v} = (1, 1, 0)$ e $\vec{w} = (4, 4, -2)$ di \mathbb{R}^3 . Determinare $h \in \mathbb{R}$ in modo che:

- \vec{u}_h formi un angolo $\varphi = 45^\circ$ con \vec{v}
- \vec{u}_h sia parallelo a \vec{w}
- \vec{u}_h sia complanare con \vec{v} e \vec{w}

Esercizio 6

Siano dati i vettori $\vec{v}_1 = (1, -1, 0)$, $\vec{v}_2 = (-1, -2, 4)$, $\vec{v}_3 = (1, 1, 1)$ di \mathbb{R}^3 .

Determinare:

- il versore \vec{u}_2 di \vec{v}_2
- la componente ortogonale di \vec{v}_1 rispetto ad una retta parallela e concorde con il versore di \vec{v}_2
- la proiezione ortogonale di \vec{v}_1 su tale retta
- la proiezione ortogonale di \vec{v}_1 sul piano π contenente \vec{v}_2 e \vec{v}_3
- la proiezione sul piano xz di \vec{v}_1