

# Tutorato Matematica Discreta

## Capitolo 2

---

Alberto Paparella<sup>1</sup>

6 - 13 Marzo 2025

<sup>1</sup>Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli studi di Ferrara

# Esercizio 1

Dati i vettori  $\vec{v} = (3, 4, -2)$  e  $\vec{w} = (2, 1, -1)$  di  $\mathbb{R}^3$  determinare:

- l'angolo  $\varphi$  tra i due vettori
- la proiezione ortogonale  $\vec{v}'$  di  $\vec{v}$  su  $\vec{w}$
- la componente ortogonale  $\alpha$  di  $\vec{v}$  sulla retta parallela e concorde al versore  $\frac{\vec{w}}{|\vec{w}|}$

## Esercizio 2

Dati i vettori  $\vec{v}_1 = (1, -1, 0)$  e  $\vec{v}_2 = (-1, -2, 4)$  di  $\mathbb{R}^3$  determinare:

- il versore  $\vec{u}_2$  di  $\vec{v}_2$
- la componente ortogonale  $\alpha$  di  $\vec{v}_1$  rispetto a una retta parallela e concorde con il versore di  $\vec{v}_2$
- la proiezione ortogonale  $\vec{v}'$  di  $\vec{v}_1$  sulla retta del punto precedente

## Esercizio 3 (esercizio 18 dell'eserciziario)

Stabilire se i vettori  $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{w} = \frac{5}{3}\vec{i} - \frac{5}{2}\vec{j} + \frac{5}{6}\vec{k}$  sono paralleli, ortogonali o nessuna delle due.

## Esercizio 4

Siano  $\vec{v}_1 = (1, 0, 1)$ ,  $\vec{v}_2 = (0, 1, 0)$ ,  $\vec{v}_3 = (1, 1, 2)$  vettori di  $\mathbb{R}^3$ :

- stabilire se  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$  sono o meno complanari
- determinare la proiezione ortogonale  $\vec{v}_1'$  di  $\vec{v}_1$  sul piano contenente  $\vec{v}_2$  e  $\vec{v}_3$

## Esercizio 5

Sia dato il vettore  $u_h = (h, h, -1)$ ,  $h \in \mathbb{R}$  e i due vettori  $\vec{v} = (1, 1, 0)$  e  $\vec{w} = (4, 4, -2)$  di  $\mathbb{R}^3$ . Determinare  $h \in \mathbb{R}$  in modo che:

- $\vec{u}_h$  formi un angolo  $\varphi = 45^\circ$  con  $\vec{v}$
- $\vec{u}_h$  sia parallelo a  $\vec{w}$
- $\vec{u}_h$  sia complanare con  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$

## Esercizio 6

Siano dati i vettori  $\vec{v}_1 = (1, -1, 0)$ ,  $\vec{v}_2 = (-1, -2, 4)$ ,  $\vec{v}_3 = (1, 1, 1)$  di  $\mathbb{R}^3$ .  
Determinare:

- il versore  $\vec{u}_2$  di  $\vec{v}_2$
- la componente ortogonale di  $\vec{v}_1$  rispetto ad una retta parallela e concorde con il versore di  $\vec{v}_2$
- la proiezione ortogonale di  $\vec{v}_1$  su tale retta
- la proiezione ortogonale di  $\vec{v}_1$  sul piano  $\pi$  contenente  $\vec{v}_2$  e  $\vec{v}_3$
- la proiezione sul piano  $xz$  di  $\vec{v}_1$